



# PROCESSO SELETIVO 2023

Edital n.º 41/2022 – NC/PROGRAD – Prova: 05/12/2022

INSCRIÇÃO	TURMA	NOME DO CANDIDATO	
ASSINO DECLARANDO QUE LI E COMPREENDI AS INSTRUÇÕES ABAIXO:		CÓDIGO	ORDEM

## INSTRUÇÕES

Conhecimentos Específicos

1. Confira, acima, o seu número de inscrição, turma e nome. Assine no local indicado.
2. Aguarde autorização para abrir o caderno de prova. Antes de iniciar a resolução das questões, confira a numeração de todas as páginas.
3. Esta fase é composta pela prova discursiva de Matemática, com sete questões.
4. As questões deverão ser resolvidas no caderno de prova e transcritas para a folha de versão definitiva, que será distribuída pelo aplicador de prova no momento oportuno.
5. A interpretação das questões é parte do processo de avaliação, não sendo permitidas perguntas aos aplicadores de prova.
6. Ao receber a folha de versão definitiva, examine-a e verifique se o nome impresso nela corresponde ao seu. Caso haja qualquer irregularidade, comunique-a imediatamente ao aplicador de prova.
7. As respostas das questões devem ser transcritas **NA ÍNTEGRA** para a folha de versão definitiva, com caneta preta. Serão corrigidas somente as questões transcritas para campo próprio na folha de versão definitiva. **Respostas transcritas em campos trocados serão anuladas.**
8. **Terá sua prova anulada e será automaticamente desclassificado do Processo Seletivo o candidato que:**
  - a) recusar-se a entregar o material de prova ao término do tempo destinado para a sua realização;
  - b) faltar com o devido respeito para com qualquer membro da equipe de aplicação da prova, autoridades presentes ou outro candidato;
  - c) praticar atos contra as normas ou a disciplina ou que gerem desconforto durante a aplicação da prova;
  - d) deixar de cumprir instruções/determinações do aplicador de prova ou inspetor;
  - e) descumprir as instruções contidas no caderno de prova;
  - f) for surpreendido em comunicação com outro candidato ou terceiros, verbalmente, por escrito ou por qualquer outro meio de comunicação;
  - g) utilizar meios fraudulentos ou ilegais para obter para si ou para terceiros a aprovação no Processo Seletivo;
  - h) não se submeter ao controle de detecção de metal;
  - i) ausentar-se do recinto durante a realização da prova sem o acompanhamento de membro da equipe de aplicação do Processo Seletivo;
  - j) afastar-se da sala durante a realização da prova portando o material de prova;
  - k) retirar-se da sala de prova antes de decorrida uma hora e trinta minutos do início da prova de acordo com o subitem 7.12 do edital;
  - l) retirar-se definitivamente da sala de prova em desacordo com o item 7.13 do edital (os três últimos candidatos de cada turma só poderão se retirar da sala de prova simultaneamente).
9. Ao concluir a prova, permaneça em seu lugar e comunique ao aplicador de prova. Aguarde autorização para entregar o material de prova.
10. Após sair definitivamente da sala de prova, dirija-se imediatamente ao portão de saída e retire-se do local de prova, sob pena de ser excluído do Processo Seletivo.
11. **Avalie a aplicação da prova:** acesse [www.nc.ufpr.br](http://www.nc.ufpr.br) e contribua para a melhoria deste processo (a avaliação ficará disponível por 30 dias após a aplicação da prova).

Matemática

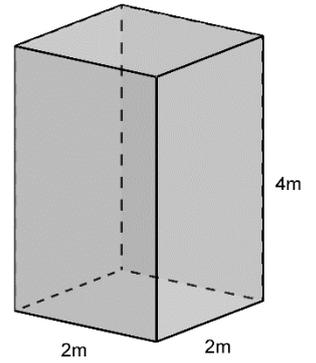
DURAÇÃO DESTA PROVA: 2 horas e 30 minutos.



**Importante:** todas as respostas devem estar acompanhadas dos respectivos cálculos ou justificativas.

01 - **Valor: 5 pontos** Um reservatório de água possui o formato de um prisma reto com 4 metros de altura e base quadrada com 2 metros de lado, conforme ilustra a figura ao lado.

a) Calcule o volume desse reservatório, em metros cúbicos. Justifique sua resposta.



b) Suponha que esse reservatório esteja vazio e será preenchido com água a uma razão de 16 litros por minuto. Quantos minutos serão necessários para que o reservatório fique completamente cheio? Justifique sua resposta.

02 - **Valor: 6 pontos** Para verificar a segurança de vacinas em fase de desenvolvimento, pesquisadores realizam testes com voluntários que, de forma aleatória, recebem uma dose da vacina ou uma dose de uma substância neutra denominada placebo. Na etapa seguinte do teste, esses voluntários são separados em dois grupos:

**Grupo A:** voluntários que receberam o placebo;  
**Grupo B:** voluntários que receberam a vacina.

O quociente entre o número de voluntários do Grupo B que tiveram algum efeito colateral e o número total de voluntários do Grupo B determina a probabilidade de ocorrência de efeitos colaterais dessa vacina. Quanto menor for essa probabilidade, mais segura será a vacina.

Na tabela a seguir, temos o resultado de um teste realizado com duas vacinas (Vacina 1 e Vacina 2).

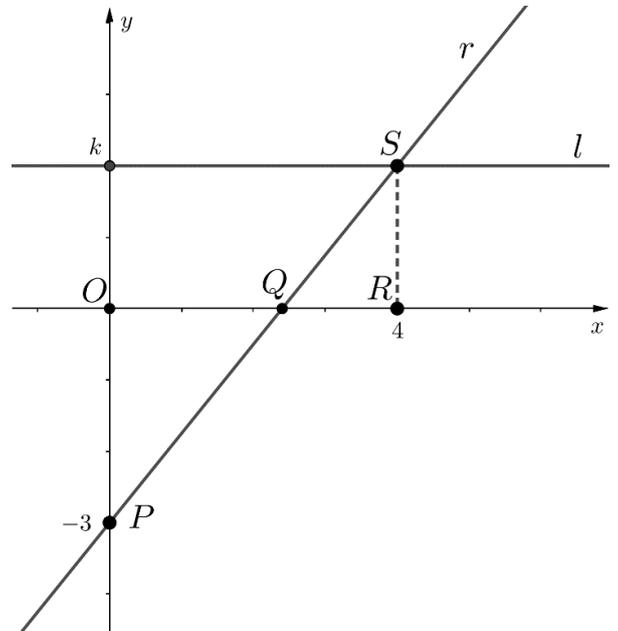
	Voluntários Grupo A	Voluntários Grupo B		Total de Voluntários
	Placebo	Sem efeitos colaterais	Com efeitos colaterais	
<b>Vacina 1</b>	58	28	14	100
<b>Vacina 2</b>	50	35	15	100

Com base nos dados fornecidos, responda o que se pede.

- a) Escolhendo-se aleatoriamente um voluntário que participou do teste da Vacina 1, qual é a probabilidade de que esse voluntário tenha apresentado efeitos colaterais no teste? Justifique sua resposta.

- b) Qual das duas vacinas é a mais segura? Justifique sua resposta.

- 03 - Valor: 6 pontos Considere os triângulos  $OQP$  e  $QRS$  indicados no plano cartesiano ao lado. O ponto  $S$  está sobre a reta horizontal  $l$ , de equação  $y = k$ , com  $k > 0$ , e os pontos  $P$ ,  $Q$  e  $S$  estão sobre a reta  $r$ . Com base nessas informações, responda o que se pede.



- a) Calcule a área do triângulo  $OQP$  em função do valor  $k > 0$ . Justifique sua resposta.

RASCUNHO

- b) Para qual valor de  $k > 0$ , a área do triângulo  $QRS$  é metade da área do triângulo  $OQP$ ? Justifique sua resposta.

RASCUNHO

04 - Valor: 6 pontos Considere as funções  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dadas por  $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x$  e  $g(x) = x/2 - 3/2$ , para todo  $x \in \mathbb{R}$ .

a) Determine todos os valores de  $x$  tais que  $f(x) \leq 0$ . Justifique sua resposta.

RASCUNHO

---

b) Calcule  $(f \circ g^{-1})(-2)$ . Justifique sua resposta.

RASCUNHO

---

05 - Valor: 5 pontos Dado que  $a, b, c \in \mathbb{R}$  e  $\theta \in [0, \pi]$ , considere as seguintes matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & \text{sen}(2\theta) \\ -\sqrt{2} & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} 2^{a-2b} & 0 \\ 2^{c+2a-3b} & 2^{a-b} \end{pmatrix}$$

a) Encontre todos os valores de  $\theta$  para os quais a matriz  $A$  é não invertível. Justifique sua resposta.

RASCUNHO

~~~~~  
b) Encontre todos os valores de  $\theta, a, b, c$  para os quais o produto  $A \cdot B$  é igual à matriz identidade. Justifique sua resposta.

RASCUNHO

~~~~~

06 - Valor: 6 pontos Considere os números complexos  $z = 1 + \sqrt{3}i$  e  $w = 2\sqrt{3} - 2i$ .

a) Encontre a forma polar do número complexo  $u = z \cdot w$ . Justifique sua resposta.

RASCUNHO

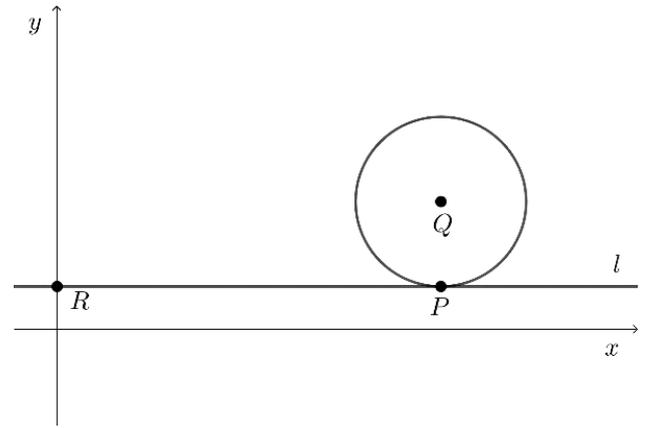
---

b) Encontre números reais  $a$  e  $b$  tais que  $z^2 + az + b = 0$ . Justifique sua resposta.

RASCUNHO

---

07 - Valor: 6 pontos Na figura ao lado temos uma circunferência de raio  $r = \frac{2}{3}$  que tem centro no ponto  $Q$  e tangencia a reta horizontal  $l$  no ponto  $P$ . Sabendo que a reta  $l$  passa pelo ponto  $R = \left(0, \frac{1}{3}\right)$ , e que o valor numérico da área do triângulo de vértices  $PQR$  é igual a 1, faça o que se pede.



a) Determine as coordenadas do ponto  $Q$ . Justifique sua resposta.

RASCUNHO

b) Determine o coeficiente angular da reta que passa pelos pontos  $R$  e  $Q$ . Justifique sua resposta.

RASCUNHO