



PROCESSO SELETIVO 2023

Edital n.º 41/2022 – NC/PROGRAD – Prova: 05/12/2022

| INSCRIÇÃO | TURMA | NOME DO CANDIDATO | |
|---|-------|-------------------|-------|
| ASSINO DECLARANDO QUE LI E COMPREENDI AS INSTRUÇÕES ABAIXO: | | CÓDIGO | ORDEM |

INSTRUÇÕES

Conhecimentos Específicos

1. Confira, acima, o seu número de inscrição, turma e nome. Assine no local indicado.
2. Aguarde autorização para abrir o caderno de prova. Antes de iniciar a resolução das questões, confira a numeração de todas as páginas.
3. Esta fase é composta pelas provas discursivas de Física e Matemática, com sete questões cada.
4. As questões deverão ser resolvidas no caderno de prova e transcritas para a folha de versão definitiva, que será distribuída pelo aplicador de prova no momento oportuno.
5. A interpretação das questões é parte do processo de avaliação, não sendo permitidas perguntas aos aplicadores de prova.
6. Ao receber a folha de versão definitiva, examine-a e verifique se o nome impresso nela corresponde ao seu. Caso haja qualquer irregularidade, comunique-a imediatamente ao aplicador de prova.
7. As respostas das questões devem ser transcritas **NA ÍNTEGRA** para a folha de versão definitiva, com caneta preta. Serão corrigidas somente as questões transcritas para campo próprio na folha de versão definitiva. **Respostas transcritas em campos trocados serão anuladas.**
8. **Terá sua prova anulada e será automaticamente desclassificado do Processo Seletivo o candidato que:**
 - a) recusar-se a entregar o material de prova ao término do tempo destinado para a sua realização;
 - b) faltar com o devido respeito para com qualquer membro da equipe de aplicação da prova, autoridades presentes ou outro candidato;
 - c) praticar atos contra as normas ou a disciplina ou que gerem desconforto durante a aplicação da prova;
 - d) deixar de cumprir instruções/determinações do aplicador de prova ou inspetor;
 - e) descumprir as instruções contidas no caderno de prova;
 - f) for surpreendido em comunicação com outro candidato ou terceiros, verbalmente, por escrito ou por qualquer outro meio de comunicação;
 - g) utilizar meios fraudulentos ou ilegais para obter para si ou para terceiros a aprovação no Processo Seletivo;
 - h) não se submeter ao controle de detecção de metal;
 - i) ausentar-se do recinto durante a realização da prova sem o acompanhamento de membro da equipe de aplicação do Processo Seletivo;
 - j) afastar-se da sala durante a realização da prova portando o material de prova;
 - k) retirar-se da sala de prova antes de decorrida uma hora e trinta minutos do início da prova de acordo com o subitem 7.12 do edital;
 - l) retirar-se definitivamente da sala de prova em desacordo com o item 7.13 do edital (os três últimos candidatos de cada turma só poderão se retirar da sala de prova simultaneamente).
9. Ao concluir a prova, permaneça em seu lugar e comunique ao aplicador de prova. Aguarde autorização para entregar o material de prova.
10. Após sair definitivamente da sala de prova, dirija-se imediatamente ao portão de saída e retire-se do local de prova, sob pena de ser excluído do Processo Seletivo.
11. **Avalie a aplicação da prova:** acesse www.nc.ufpr.br e contribua para a melhoria deste processo (a avaliação ficará disponível por 30 dias após a aplicação da prova).

Física e Matemática

DURAÇÃO DESTA PROVA: 5 horas.

FORMULÁRIO

| | | | |
|------------------------------------|---|---|--|
| $x = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$ | $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$ | $F = qvB\text{sen } \theta$ | $Q = mc\Delta T$ |
| $n = \frac{c}{v}$ | $F_{e,max} = \mu_e N$ | $Q = mL$ | $\frac{1}{R_{eq}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$ |
| $V = Ri$ | $P = \frac{F_N}{A}$ | $v = \lambda f$ | $W = \Delta E_c$ |
| $\eta = \frac{V}{\varepsilon}$ | $v = \omega R$ | $P = Vi$ | $PV = nRT$ |
| $C_{eq} = \sum_i C_i$ | $\eta = 1 - \frac{T_f}{T_q}$ | $v = v_0 + at$ | $V = \varepsilon + Ri$ |
| $E_c = \frac{mv^2}{2}$ | $L = L_0(1 + \alpha\Delta T)$ | $M_F = Fd\text{sen } \theta$ | $ \vec{F} = k\Delta L$ |
| $\vec{F} = m\vec{a}$ | $\frac{1}{C_{eq}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$ | $U_g = mgh$ | $V = Ed$ |
| $P = \frac{W}{\Delta t}$ | $n_1\text{sen } \gamma_1 = n_2\text{sen } \gamma_2$ | $R_{eq} = \sum_i R_i$ | $W = Fd\text{cos } \theta$ |
| $V = \varepsilon - Ri$ | $a_c = \frac{v^2}{R}$ | $V = V_0(1 + \gamma\Delta T)$ | $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{1}{f}$ |
| $E = hf$ | $q = CV$ | $\vec{Q} = m\vec{v}$ | $\vec{F} = q\vec{E}$ |
| $F_c = \mu_c N$ | $A = A_0(1 + \beta\Delta T)$ | $U = \frac{CV^2}{2}$ | $U = qV$ |
| $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$ | $f = \frac{1}{T}$ | $\epsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ | $\sum_i \Delta V_i = 0$ |

Os cálculos para se chegar às respostas devem ser apresentados na versão definitiva.

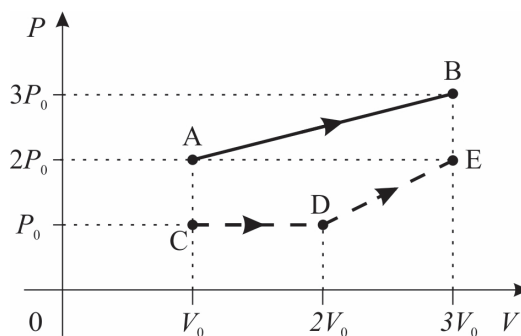
As grandezas devem ser apresentadas com as unidades corretas na versão definitiva.

A notação utilizada deve ser a definida nesta prova.

FÍSICA

(Veja o formulário na contra capa da prova.)

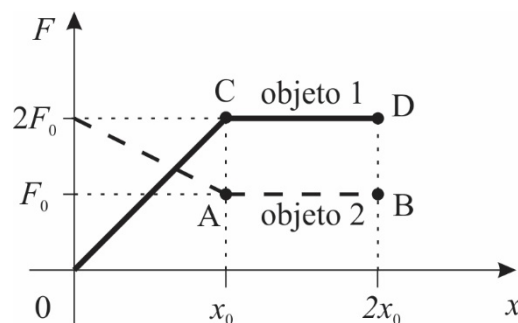
- 01 - **Valor: 6 pontos** Dois processos termodinâmicos independentes são apresentados no diagrama $P \times V$ da figura ao lado, em que P representa a pressão e V , o volume. O processo AB inicia no ponto A e termina no ponto B, e é representado por uma linha cheia, enquanto o processo CDE inicia no ponto C, passa pelo ponto D e chega ao ponto E, e é representado por uma linha tracejada. Considerando que um gás ideal seja utilizado para executar os processos representados na figura, responda o que se pede.



- a) Determine o valor numérico da razão $\frac{T_B}{T_E}$ entre as temperaturas finais do gás ao término de cada processo, considerando que em A a temperatura do gás vale $T_A = 2T_0$ e em C ela vale $T_C = T_0$.

- b) Obtenha uma expressão algébrica para o trabalho W_{AB} realizado pelo gás no processo AB.

- 02 - Dois objetos (objeto 1 e objeto 2), de massas constantes m_1 e m_2 , movem-se sobre linhas retas paralelas e são submetidos a forças resultantes \vec{F}_1 e \vec{F}_2 , respectivamente, que agem paralelamente e no mesmo sentido que o do movimento. O gráfico ao lado apresenta o comportamento da intensidade dessas forças em função da posição ao longo da reta pela qual os objetos se movem. As medições são todas feitas por um referencial inercial, e sabe-se que $m_1 = 4m_2$. A linha cheia representa o comportamento da intensidade da força para o objeto 1, e a linha tracejada, para o objeto 2. Com base nas informações apresentadas, responda o que se pede.

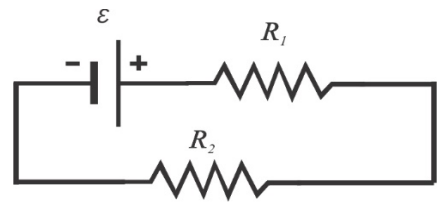


- a) Determine o valor numérico da razão $\frac{a_1}{a_2}$ entre as intensidades das acelerações dos dois objetos quando eles estão na posição $2x_0$.

- b) Determine algebricamente a variação da energia cinética ΔE_c quando o objeto 2 passa da posição x_0 para a posição $2x_0$.

RASCUNHO

- 03 - Valor: 5 pontos No circuito elétrico ao lado, o gerador é ideal e tem uma fem $\epsilon = 30 \text{ V}$, e pelo resistor de resistência R_2 passa uma corrente $i = 1 \text{ A}$. Determine o valor da resistência R_1 sabendo que $R_2 = 2R_1$.

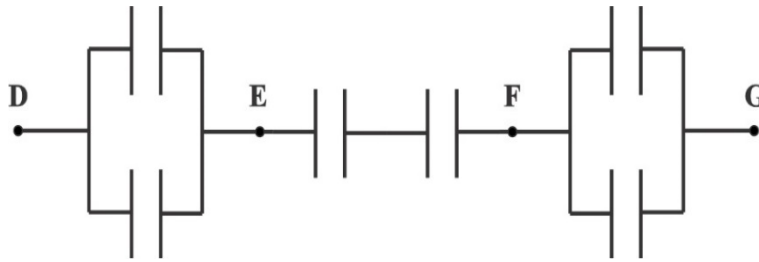


RASCUNHO

- 04 - Valor: 5 pontos Um objeto de massa m constante move-se em linha reta num movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV) de acordo com a equação de posição $x(t) = -3 - 2t + 5t^2$, em que a posição x é medida em metros e o tempo t , em segundos. Considerando que um referencial inercial faz todas as observações pertinentes ao problema, determine o valor da velocidade do objeto no instante $t = 5 \text{ s}$.

RASCUNHO

- 05 - **Valor: 6 pontos** A figura abaixo apresenta o trecho de um circuito onde há uma associação de capacitores. Todos os capacitores da figura têm a mesma capacitância, que vale C .



Com base na figura, responda o que se pede.

- a) Determine algebricamente a capacitância C_{DE} do capacitor equivalente entre os pontos D e E.

RASCUNHO

- b) Determine algebricamente a capacitância C_{EG} do capacitor equivalente entre os pontos E e G.

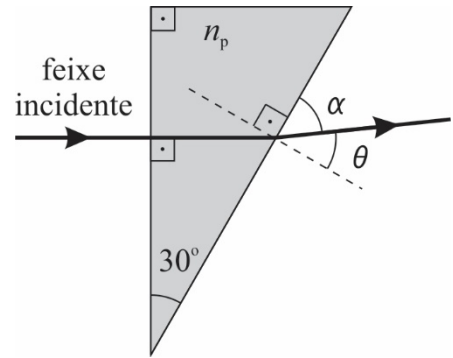
RASCUNHO

- 06 - **Valor: 6 pontos** Um certo material é colocado dentro de um calorímetro ideal e está na fase sólida a uma temperatura $T_0 = 25\text{ °C}$. Essa é a temperatura na qual ele tem seu ponto de fusão. Sabe-se que há 250 g de material, e que seu calor específico é constante e vale $c = 2,0\text{ J/g °C}$. Além disso, seu calor latente de fusão vale $L_f = 50\text{ J/g}$, e sua temperatura de ebulição vale 150 °C . Com base nessas informações, determine a quantidade de calor Q que deve ser fornecida para que o material atinja a temperatura $T_f = 65\text{ °C}$. Suponha que não há nenhum tipo de perda durante todo o processo e que todo o calor fornecido é absorvido pelo material.

RASCUNHO

07 - **Valor: 6 pontos** Um feixe de luz incide num prisma triangular. Um dos ângulos internos do prisma é reto, e os outros valem 30° e 60° . Esse prisma está imerso em ar, que tem um índice de refração $n_{ar} = 1$. O feixe incide perpendicularmente em uma das superfícies do prisma vindo do ar, atravessa o prisma e incide noutra superfície do prisma, retornando novamente para o ar, conforme ilustra a figura. O índice de refração do prisma vale n_p .

Sabendo que $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin \theta = \cos \alpha = \frac{3}{5}$ e $\cos \theta = \sin \alpha = \frac{4}{5}$, determine o valor numérico do índice de refração do prisma.



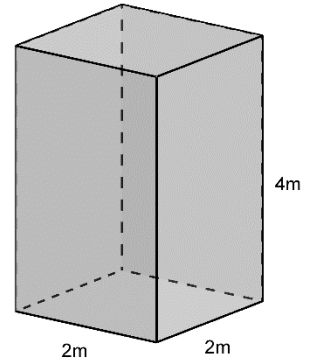
RASCUNHO

MATEMÁTICA

Importante: todas as respostas devem estar acompanhadas dos respectivos cálculos ou justificativas.

01 - Valor: 5 pontos Um reservatório de água possui o formato de um prisma reto com 4 metros de altura e base quadrada com 2 metros de lado, conforme ilustra a figura ao lado.

a) Calcule o volume desse reservatório, em metros cúbicos. Justifique sua resposta.



b) Suponha que esse reservatório esteja vazio e será preenchido com água a uma razão de 16 litros por minuto. Quantos minutos serão necessários para que o reservatório fique completamente cheio? Justifique sua resposta.

02 - **Valor: 6 pontos** Para verificar a segurança de vacinas em fase de desenvolvimento, pesquisadores realizam testes com voluntários que, de forma aleatória, recebem uma dose da vacina ou uma dose de uma substância neutra denominada placebo. Na etapa seguinte do teste, esses voluntários são separados em dois grupos:

Grupo A: voluntários que receberam o placebo;
Grupo B: voluntários que receberam a vacina.

O quociente entre o número de voluntários do Grupo B que tiveram algum efeito colateral e o número total de voluntários do Grupo B determina a probabilidade de ocorrência de efeitos colaterais dessa vacina. Quanto menor for essa probabilidade, mais segura será a vacina.

Na tabela a seguir, temos o resultado de um teste realizado com duas vacinas (Vacina 1 e Vacina 2).

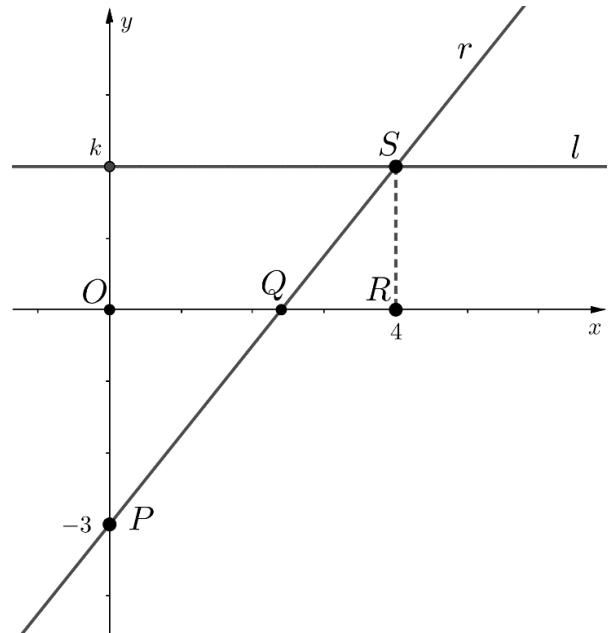
| | Voluntários Grupo A | Voluntários Grupo B | | Total de Voluntários |
|-----------------|---------------------|------------------------|------------------------|----------------------|
| | Placebo | Sem efeitos colaterais | Com efeitos colaterais | |
| Vacina 1 | 58 | 28 | 14 | 100 |
| Vacina 2 | 50 | 35 | 15 | 100 |

Com base nos dados fornecidos, responda o que se pede.

- a) Escolhendo-se aleatoriamente um voluntário que participou do teste da Vacina 1, qual é a probabilidade de que esse voluntário tenha apresentado efeitos colaterais no teste? Justifique sua resposta.

- b) Qual das duas vacinas é a mais segura? Justifique sua resposta.

- 03 - Valor: 6 pontos Considere os triângulos OQP e QRS indicados no plano cartesiano ao lado. O ponto S está sobre a reta horizontal l , de equação $y = k$, com $k > 0$, e os pontos P , Q e S estão sobre a reta r . Com base nessas informações, responda o que se pede.



- a) Calcule a área do triângulo OQP em função do valor $k > 0$. Justifique sua resposta.

RASCUNHO

- b) Para qual valor de $k > 0$, a área do triângulo QRS é metade da área do triângulo OQP ? Justifique sua resposta.

RASCUNHO

04 - Valor: 6 pontos Considere as funções $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dadas por $f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x$ e $g(x) = x/2 - 3/2$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

a) Determine todos os valores de x tais que $f(x) \leq 0$. Justifique sua resposta.

RASCUNHO

b) Calcule $(f \circ g^{-1})(-2)$. Justifique sua resposta.

RASCUNHO

05 - Valor: 5 pontos Dado que $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $\theta \in [0, \pi]$, considere as seguintes matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & \text{sen}(2\theta) \\ -\sqrt{2} & 2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} 2^{a-2b} & 0 \\ 2^{c+2a-3b} & 2^{a-b} \end{pmatrix}$$

a) Encontre todos os valores de θ para os quais a matriz A é não invertível. Justifique sua resposta.

RASCUNHO

~~~~~  
b) Encontre todos os valores de  $\theta, a, b, c$  para os quais o produto  $A \cdot B$  é igual à matriz identidade. Justifique sua resposta.

RASCUNHO

~~~~~

06 - Valor: 6 pontos Considere os números complexos $z = 1 + \sqrt{3}i$ e $w = 2\sqrt{3} - 2i$.

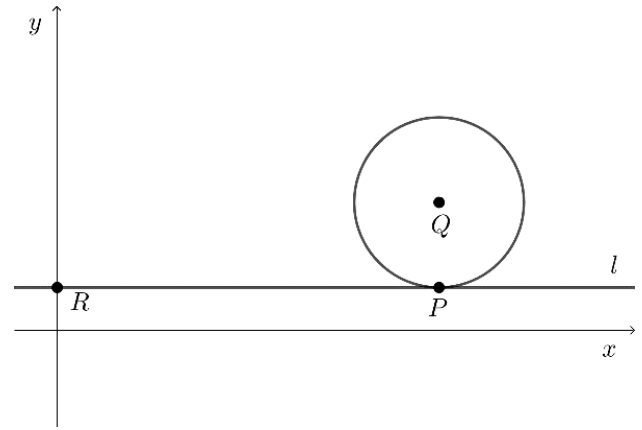
a) Encontre a forma polar do número complexo $u = z \cdot w$. Justifique sua resposta.

RASCUNHO

b) Encontre números reais a e b tais que $z^2 + az + b = 0$. Justifique sua resposta.

RASCUNHO

07 - Valor: 6 pontos Na figura ao lado temos uma circunferência de raio $r = \frac{2}{3}$ que tem centro no ponto Q e tangencia a reta horizontal l no ponto P . Sabendo que a reta l passa pelo ponto $R = \left(0, \frac{1}{3}\right)$, e que o valor numérico da área do triângulo de vértices PQR é igual a 1, faça o que se pede.



a) Determine as coordenadas do ponto Q . Justifique sua resposta.

RASCUNHO

b) Determine o coeficiente angular da reta que passa pelos pontos R e Q . Justifique sua resposta.

RASCUNHO