



PROCESSO SELETIVO 2018

Edital 42/2017 - NC - Prova: 27/11/2017

INSCRIÇÃO	TURMA	NOME DO CANDIDATO	
ASSINO DECLARANDO QUE LI E COMPREENDI AS INSTRUÇÕES ABAIXO:		CÓDIGO	ORDEM

Conhecimentos Específicos

INSTRUÇÕES

1. Confira, acima, o seu número de inscrição, turma e nome. Assine no local indicado.
2. Aguarde autorização para abrir o caderno de prova. Antes de iniciar a resolução das questões, confira a numeração de todas as páginas.
3. A prova desta fase é composta de 7 questões discursivas de Matemática.
4. As questões deverão ser resolvidas no caderno de prova e transcritas na folha de versão definitiva, que será distribuída pelo aplicador de prova no momento oportuno.
5. A interpretação das questões é parte do processo de avaliação, não sendo permitidas perguntas aos aplicadores de prova.
6. Ao receber a folha de versão definitiva, examine-a e verifique se o nome impresso nela corresponde ao seu. Caso haja qualquer irregularidade, comunique-a imediatamente ao aplicador de prova.
7. As respostas das questões devem ser transcritas **NA ÍNTEGRA** na folha de versão definitiva, com caneta preta.
Serão consideradas para correção apenas as respostas que constem na folha de versão definitiva.
8. Não será permitido ao candidato:
 - a) Manter em seu poder relógios e aparelhos eletrônicos ou qualquer objeto identificável pelo detector de metais. Tais aparelhos deverão ser desligados e colocados OBRIGATORIAMENTE dentro do saco plástico, que deverá ser acomodado embaixo da carteira ou no chão. É vedado também o porte de armas.
 - b) Usar bonés, gorros, chapéus ou quaisquer outros acessórios que cubram as orelhas.
 - c) Usar fone ou qualquer outro dispositivo no ouvido. O uso de tais dispositivos somente será permitido quando indicado para o atendimento especial.
 - d) Levar líquidos, exceto se a garrafa for transparente e sem rótulo.
 - e) Comunicar-se com outro candidato, usar calculadora e dispositivos similares, livros, anotações, réguas de cálculo, impressos ou qualquer outro material de consulta.
 - f) Portar carteira de documentos/dinheiro ou similares.
 - g) Usar óculos escuros, ressalvados os de grau, quando expressamente por recomendação médica, devendo o candidato, então, respeitar o subitem 4.6.5 do Edital.
 - h) Emprestar materiais para realização das provas.**Caso alguma dessas exigências seja descumprida, o candidato será excluído do processo.**
9. O tempo de resolução das questões, incluindo o tempo para a transcrição na folha de versão definitiva, é de 2 horas e 30 minutos.
10. Ao concluir a prova, permaneça em seu lugar e comunique ao aplicador de prova. Aguarde autorização para entregar o caderno de prova, a folha de versão definitiva e a ficha de identificação.
11. **Avalie a aplicação da prova:** acesse www.nc.ufpr.br até 15/12/2017 e contribua para a melhoria da qualidade da prova.

Matemática

DURAÇÃO DESTA PROVA: 2 horas e 30 minutos.

Não esqueça de avaliar a aplicação da prova!
www.nc.ufpr.br

01 - Tripla pitagórica é uma sequência de três números inteiros positivos que satisfazem o famoso Teorema de Pitágoras. Em outras palavras, se a sequência (a, b, c) é uma tripla pitagórica, então o triângulo de lados a, b e c é um triângulo retângulo. Por exemplo, $(3, 4, 5)$ e $(5, 12, 13)$ são triplas pitagóricas.

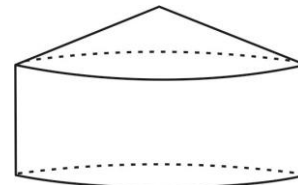
- a) Verifique se a sequência $(20, 21, 29)$ é uma tripla pitagórica. Justifique sua resposta.

RASCUNHO

- b) Justifique por que a sequência de números inteiros $(n, n + 3, n + 5)$ não constitui uma tripla pitagórica para nenhum n inteiro positivo.

RASCUNHO

02 - Um dos maiores silos do mundo para armazenamento de grãos está localizado na cidade de Primavera do Leste, no Mato Grosso. Suponha que esse silo é constituído por um cilindro circular reto com 24 m de raio e 22 m de altura, no qual está acoplado um cone circular reto com altura de 8 m, conforme indicado na figura ao lado.



- a) Calcule o perímetro, em metros, da base do cilindro. Use $\pi = 3,1$.

RASCUNHO

- b) Calcule o volume, em metros cúbicos, desse silo. Use $\pi = 3,1$.

RASCUNHO

03 - Uma empresa de telefonia oferece três planos mensais de internet móvel, descritos abaixo.

- **Plano Ilimitado:** mensalidade fixa de R\$ 100,00 que permite ao cliente utilizar quantos gigabytes (GB) de dados desejar, sem pagar nada a mais.
- **Plano Intermediário:** mensalidade fixa de R\$ 28,00 mais R\$ 4,50 por GB de dados consumidos.
- **Plano Simples:** não há mensalidade, porém o cliente paga R\$ 12,00 por GB de dados consumidos.

Por exemplo, um consumo de 5 GB de dados em um mês custa R\$ 100,00 para clientes do Plano Ilimitado, custa R\$ 28,00 + 5 × R\$ 4,50 = R\$ 50,50 para clientes do Plano Intermediário e custa 5 × R\$ 12,00 = R\$ 60,00 para clientes do Plano Simples.

- a) A partir de quantos GB de dados consumidos por mês o Plano Ilimitado fica mais vantajoso, ou seja, mais barato, que o Plano Intermediário?

RASCUNHO

- b) A empresa pretende criar um novo plano de dados, chamado Plano Básico. Esse plano terá formato semelhante ao do Plano Intermediário, consistindo também de uma mensalidade fixa mais um preço por GB de dados consumidos. Além disso, o Plano Básico deverá satisfazer a duas condições:

- Ter o mesmo valor que o Plano Simples para clientes que consumirem 3 GB de dados por mês.
- Ter o mesmo valor que o Plano Intermediário para clientes que consumirem 8 GB de dados por mês.

Quais devem ser o valor da mensalidade e o valor de cada GB de dados consumidos para que o Plano Básico cumpra as duas condições acima?

RASCUNHO

04 - Faça o que se pede.

- a) Calcule $\log_{16}(1/8)$. Forneça sua resposta com duas casas decimais.

RASCUNHO

- b) Resolva a inequação $\log_{1/2}(2x + 3) \geq 1$. Expresse sua resposta na forma de intervalo.

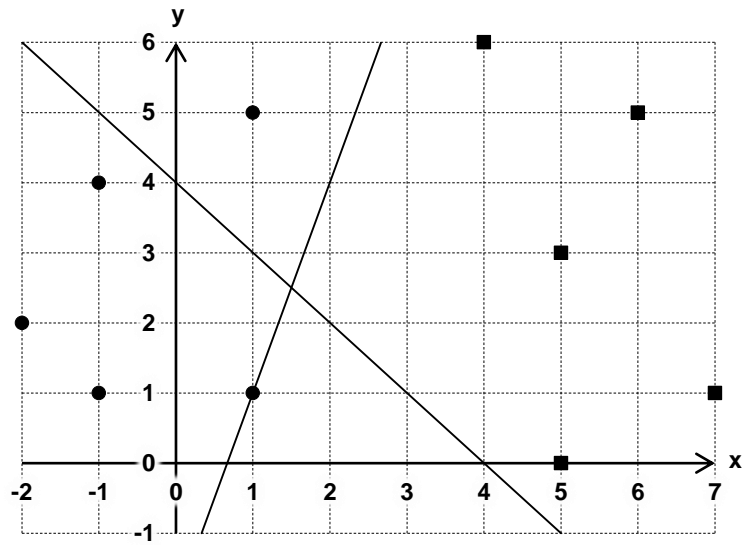
RASCUNHO

05 - Considere os conjuntos de pares ordenados

$$C = \{(-2, 2), (-1, 1), (-1, 4), (1, 1), (1, 5)\} \text{ e } Q = \{(4, 6), (5, 0), (5, 3), (6, 5), (7, 1)\}.$$

Diremos que a reta r separa os pontos dos conjuntos C e Q quando nenhum elemento de C está à direita da reta r e nenhum elemento de Q está à esquerda da reta r .

Na figura abaixo, podemos ver que a reta de equação $y = 3x - 2$ separa os pontos de C e Q . Por outro lado, a reta de equação $y = -x + 4$ não separa os pontos de C e Q , pois o par ordenado $(1, 5)$ pertence ao conjunto C e está à direita dessa reta.



- a) A reta de equação $y = 2x + 1$ separa os pontos dos conjuntos C e Q ? Justifique sua resposta.

RASCUNHO

- b) Para quais valores de $a \in \mathbb{R}$ a reta de equação $y = ax - 3$ separa os pontos dos conjuntos C e Q ?

RASCUNHO

06 - Leonardo fez uma pesquisa sobre o preço da jarra de suco de laranja em algumas lanchonetes da região e obteve os seguintes valores:

Lanchonete	A	B	C	D	E	F	G	H
Preço	R\$ 10,75	R\$ 6,00	R\$ 9,50	R\$ 11,00	R\$ 5,25	R\$ 7,00	R\$ 10,50	R\$ 8,00

a) Calcule a média e a mediana dos preços apresentados na tabela.

RASCUNHO

b) Leonardo decidiu acrescentar duas lanchonetes em sua pesquisa. Ao considerar todos os 10 estabelecimentos, a média de preços passou a ser de R\$ 8,45. Sabendo que essas duas novas lanchonetes cobram o mesmo preço pela jarra de suco, calcule esse valor.

RASCUNHO

07 - Faça o que se pede.

a) Seja $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. Sabendo que $\text{sen } \alpha = 0,6$, calcule $\text{cos } \alpha$ e o determinante da matriz $A = \begin{pmatrix} \text{cos } \alpha & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

RASCUNHO

~~~~~

b) Encontre todos os valores de  $\theta \in \mathbb{R}$  para os quais a matriz  $B = \begin{pmatrix} \text{cos } \theta & \text{sen } \theta & 0 \\ 1 & \text{cos } \theta & \text{sen } \theta \\ 1 & \sqrt{2} & 1 \end{pmatrix}$  tem determinante  $\det(B) = 1$ .

RASCUNHO

~~~~~