



PROCESSO SELETIVO 2018

Edital 42/2017 - NC - Prova: 27/11/2017

INSCRIÇÃO	TURMA	NOME DO CANDIDATO	
ASSINO DECLARANDO QUE LI E COMPREENDI AS INSTRUÇÕES ABAIXO:		CÓDIGO	ORDEM

Conhecimentos Específicos

INSTRUÇÕES

1. Confira, acima, o seu número de inscrição, turma e nome. Assine no local indicado.
2. Aguarde autorização para abrir o caderno de prova. Antes de iniciar a resolução das questões, confira a numeração de todas as páginas.
3. A prova desta fase é composta de 7 questões discursivas de Física e 7 questões discursivas de Matemática.
4. As questões deverão ser resolvidas no caderno de prova e transcritas na folha de versão definitiva, que será distribuída pelo aplicador de prova no momento oportuno.
5. A interpretação das questões é parte do processo de avaliação, não sendo permitidas perguntas aos aplicadores de prova.
6. Ao receber a folha de versão definitiva, examine-a e verifique se o nome impresso nela corresponde ao seu. Caso haja qualquer irregularidade, comunique-a imediatamente ao aplicador de prova.
7. As respostas das questões devem ser transcritas **NA ÍNTEGRA** na folha de versão definitiva, com caneta preta.
Serão consideradas para correção apenas as respostas que constem na folha de versão definitiva.
8. Não será permitido ao candidato:
 - a) Manter em seu poder relógios e aparelhos eletrônicos ou qualquer objeto identificável pelo detector de metais. Tais aparelhos deverão ser desligados e colocados **OBRIGATORIAMENTE** dentro do saco plástico, que deverá ser acomodado embaixo da carteira ou no chão. É vedado também o porte de armas.
 - b) Usar bonés, gorros, chapéus ou quaisquer outros acessórios que cubram as orelhas.
 - c) Usar fone ou qualquer outro dispositivo no ouvido. O uso de tais dispositivos somente será permitido quando indicado para o atendimento especial.
 - d) Levar líquidos, exceto se a garrafa for transparente e sem rótulo.
 - e) Comunicar-se com outro candidato, usar calculadora e dispositivos similares, livros, anotações, réguas de cálculo, impressos ou qualquer outro material de consulta.
 - f) Portar carteira de documentos/dinheiro ou similares.
 - g) Usar óculos escuros, ressalvados os de grau, quando expressamente por recomendação médica, devendo o candidato, então, respeitar o subitem 4.6.5 do Edital.
 - h) Emprestar materiais para realização das provas.**Caso alguma dessas exigências seja descumprida, o candidato será excluído do processo.**
9. O tempo de resolução das questões, incluindo o tempo para a transcrição na folha de versão definitiva, é de 5 horas.
10. Ao concluir a prova, permaneça em seu lugar e comunique ao aplicador de prova. Aguarde autorização para entregar o caderno de prova, a folha de versão definitiva e a ficha de identificação.
11. **Avalie a aplicação da prova:** acesse www.nc.ufpr.br até 15/12/2017 e contribua para a melhoria da qualidade da prova.

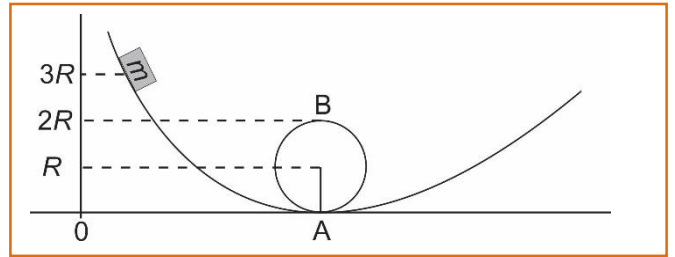
Física e Matemática

DURAÇÃO DESTA PROVA: 5 horas.

Não esqueça de avaliar a aplicação da prova!
www.nc.ufpr.br

FÍSICA

- 01 - Uma pista de lançamento foi montada contendo uma parte circular, de raio R , conforme mostra a figura abaixo. A pista está apoiada sobre a superfície da Terra, considerada como sendo um referencial inercial. A aceleração gravitacional no local é assumida como constante e tem módulo g . O ponto A está na parte mais baixa do trajeto circular, junto ao chão, e o ponto B está na parte mais alta do trajeto circular, numa altura $2R$ em relação ao chão. Um objeto de massa m está colocado no início da pista, num ponto que fica a uma altura $3R$ do chão, e está inicialmente em repouso. Para esse problema, todos os efeitos dissipativos devem ser desconsiderados. O objeto inicia o movimento a partir do repouso, desce a rampa, passa pelo ponto A, executa *loop* no sentido anti-horário passando pelo ponto B, volta ao ponto A e sai pela extremidade direita da pista.



Com base nesses dados, obtenha uma expressão algébrica para o módulo da velocidade v_B do objeto quando ele passa pelo ponto B após ser liberado a partir do repouso. Na expressão, somente devem aparecer dados fornecidos no problema.

- 02 - Numa experiência para demonstrar princípios de calorimetria, um estudante fez o seguinte procedimento: colocou 100 g de água, na forma de gelo, a $0\text{ }^\circ\text{C}$, num recipiente vazio, e o aqueceu até obter água a $10\text{ }^\circ\text{C}$. Na sequência, ele removeu aquela quantidade de água do recipiente e colocou novamente 100 g de água, só que agora líquida, a $0\text{ }^\circ\text{C}$, no recipiente vazio, e forneceu a mesma quantidade de calor utilizada na etapa anterior. Sabe-se que, no local, água congela a $0\text{ }^\circ\text{C}$, o calor latente de fusão da água vale $L = 80\text{ cal/g}$, e o calor específico da água (tomado como constante em toda a faixa de temperatura da experiência) vale $c = 1\text{ cal/g }^\circ\text{C}$. Além disso, desprezam-se todas as perdas de calor para o ambiente, e a capacidade térmica do recipiente também deve ser desprezada.

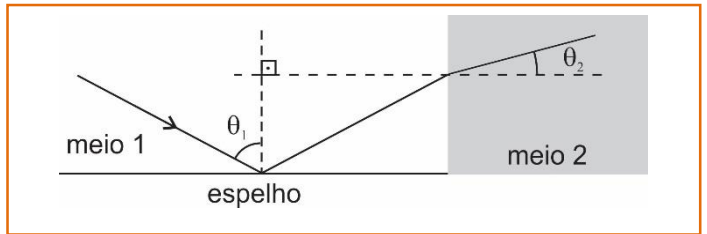
Considerando esses dados, determine a temperatura final da massa de água após a segunda etapa.

03 - Um feixe de luz incide num espelho plano fazendo um ângulo $\theta_1 = 60^\circ$ com a normal ao espelho, propagando-se pelo ar (meio 1). O feixe refletido propaga-se no meio 1 e incide na interface entre o meio 1 e o meio 2, onde sofre refração. O feixe refratado sai com ângulo θ_2 com relação à normal à interface, conforme mostra a figura ao lado. As duas normais são perpendiculares entre si. Sabe-se que o índice de refração do ar vale $n_1 = 1$, que

$$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \text{ que } \sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ e}$$

$$\text{que } \sin \theta_2 = \frac{1}{5} \text{ e } \cos \theta_2 = \frac{2\sqrt{6}}{5}. \text{ Além disso, a velocidade da luz no meio 1 é } c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s.}$$

Levando em consideração os dados apresentados, determine o valor da velocidade da luz no meio 2.

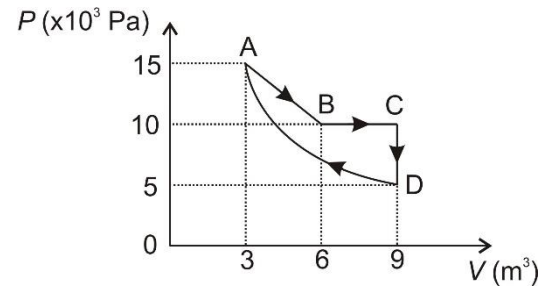


04 - Numa experiência feita para investigar relações entre grandezas eletrostáticas, duas placas condutoras paralelas A e B, separadas por uma distância $d = 5 \text{ cm}$, foram submetidas a uma diferença de potencial $U = 100 \text{ V}$, sendo que a placa que tem o potencial elétrico mais alto é a B. Por hipótese, como as dimensões das placas são muito maiores que a distância que as separa, o campo elétrico que se estabeleceu entre elas pode ser considerado, para todos os efeitos, como sendo uniforme.

a) Determine o módulo do campo elétrico existente na região entre as placas.

b) Uma partícula com carga $q = 3,2 \mu\text{C}$ sai da placa B e chega à placa A. Qual o trabalho realizado pela força elétrica sobre essa partícula durante esse movimento?

05 - No desenvolvimento de uma certa máquina térmica, o ciclo termodinâmico executado por um gás ideal comporta-se como o apresentado no diagrama $P \times V$ (pressão x volume) ao lado.

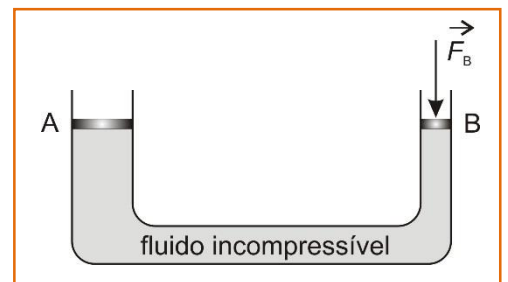


a) Qual o trabalho realizado pelo gás durante o processo AB?

b) Sabendo que a temperatura do gás no ponto B vale $T_B = 300$ K, determine a temperatura do gás no ponto C.

c) O processo DA é isotérmico. Qual a variação de energia interna do gás nesse processo?

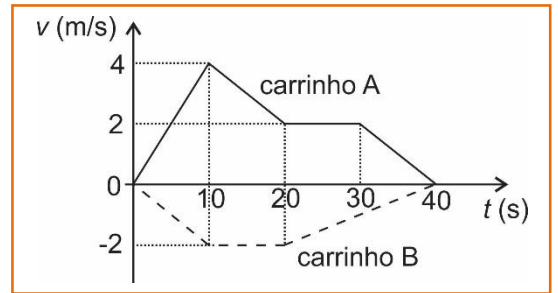
06 - Numa prensa hidráulica, um fluido incompressível é utilizado como meio de transferência de força de um êmbolo para outro. Numa dessas prensas, uma força \vec{F}_B foi aplicada ao êmbolo B durante um intervalo de tempo $\Delta t = 5$ s, conforme mostra a figura ao lado. Os êmbolos A e B estavam inicialmente em repouso, têm massas desprezíveis e todas as perdas por atrito podem ser desprezadas. As observações foram todas feitas por um referencial inercial, e as áreas dos êmbolos são $A_A = 30$ cm² e $A_B = 10$ cm². A força aplicada ao êmbolo B tem intensidade $F_B = 200$ N e o fluido da prensa é incompressível.



a) Durante o tempo de aplicação da força \vec{F}_B , o êmbolo B desceu por uma distância $d_B = 6$ cm. Qual a potência média do agente causador da força \vec{F}_B ?

- b) Qual a intensidade F_A da força produzida sobre o êmbolo A?

07 - Numa competição envolvendo carrinhos de controle remoto, a velocidade de dois desses carrinhos foi medida em função do tempo por um observador situado num referencial inercial, sendo feito um gráfico da velocidade v em função do tempo t para ambos os carrinhos. Sabe-se que eles se moveram sobre a mesma linha reta, partiram ao mesmo tempo da mesma posição inicial, são iguais e têm massa constante de valor $m = 2 \text{ kg}$. O gráfico obtido para os carrinhos A (linha cheia) e B (linha tracejada) é mostrado ao lado.



Com base nos dados apresentados, responda:

- a) Após 40 s de movimento, qual é a distância entre os dois carrinhos?

- b) Quanto vale o trabalho total realizado sobre o carrinho A entre os instantes $t = 0 \text{ s}$ e $t = 10 \text{ s}$?

- c) Qual o módulo da força resultante sobre o carrinho B entre os instantes $t = 20 \text{ s}$ e $t = 40 \text{ s}$?

MATEMÁTICA

01 - Tripla pitagórica é uma sequência de três números inteiros positivos que satisfazem o famoso Teorema de Pitágoras. Em outras palavras, se a sequência (a, b, c) é uma tripla pitagórica, então o triângulo de lados a, b e c é um triângulo retângulo. Por exemplo, $(3, 4, 5)$ e $(5, 12, 13)$ são triplas pitagóricas.

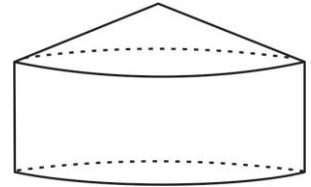
a) Verifique se a sequência $(20, 21, 29)$ é uma tripla pitagórica. Justifique sua resposta.

RASCUNHO

b) Justifique por que a sequência de números inteiros $(n, n + 3, n + 5)$ não constitui uma tripla pitagórica para nenhum n inteiro positivo.

RASCUNHO

02 - Um dos maiores silos do mundo para armazenamento de grãos está localizado na cidade de Primavera do Leste, no Mato Grosso. Suponha que esse silo é constituído por um cilindro circular reto com 24 m de raio e 22 m de altura, no qual está acoplado um cone circular reto com altura de 8 m, conforme indicado na figura ao lado.



- a) Calcule o perímetro, em metros, da base do cilindro. Use $\pi = 3,1$.

RASCUNHO

- b) Calcule o volume, em metros cúbicos, desse silo. Use $\pi = 3,1$.

RASCUNHO

03 - Uma empresa de telefonia oferece três planos mensais de internet móvel, descritos abaixo.

- **Plano Ilimitado:** mensalidade fixa de R\$ 100,00 que permite ao cliente utilizar quantos gigabytes (GB) de dados desejar, sem pagar nada a mais.
- **Plano Intermediário:** mensalidade fixa de R\$ 28,00 mais R\$ 4,50 por GB de dados consumidos.
- **Plano Simples:** não há mensalidade, porém o cliente paga R\$ 12,00 por GB de dados consumidos.

Por exemplo, um consumo de 5 GB de dados em um mês custa R\$ 100,00 para clientes do Plano Ilimitado, custa R\$ 28,00 + 5 × R\$ 4,50 = R\$ 50,50 para clientes do Plano Intermediário e custa 5 × R\$ 12,00 = R\$ 60,00 para clientes do Plano Simples.

- a) A partir de quantos GB de dados consumidos por mês o Plano Ilimitado fica mais vantajoso, ou seja, mais barato, que o Plano Intermediário?

RASCUNHO

- b) A empresa pretende criar um novo plano de dados, chamado Plano Básico. Esse plano terá formato semelhante ao do Plano Intermediário, consistindo também de uma mensalidade fixa mais um preço por GB de dados consumidos. Além disso, o Plano Básico deverá satisfazer a duas condições:

- Ter o mesmo valor que o Plano Simples para clientes que consumirem 3 GB de dados por mês.
- Ter o mesmo valor que o Plano Intermediário para clientes que consumirem 8 GB de dados por mês.

Quais devem ser o valor da mensalidade e o valor de cada GB de dados consumidos para que o Plano Básico cumpra as duas condições acima?

RASCUNHO

04 - Faça o que se pede.

- a) Calcule $\log_{16}(1/8)$. Forneça sua resposta com duas casas decimais.

RASCUNHO

- b) Resolva a inequação $\log_{1/2}(2x + 3) \geq 1$. Expresse sua resposta na forma de intervalo.

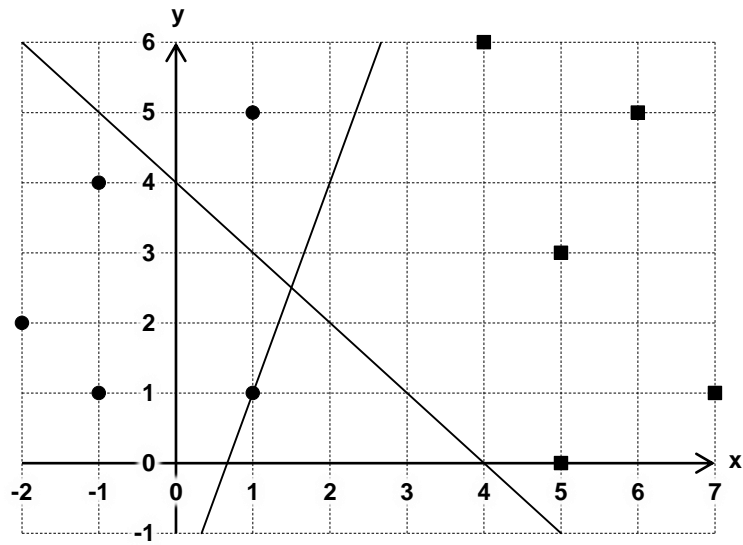
RASCUNHO

05 - Considere os conjuntos de pares ordenados

$$C = \{(-2, 2), (-1, 1), (-1, 4), (1, 1), (1, 5)\} \text{ e } Q = \{(4, 6), (5, 0), (5, 3), (6, 5), (7, 1)\}.$$

Diremos que a reta r separa os pontos dos conjuntos C e Q quando nenhum elemento de C está à direita da reta r e nenhum elemento de Q está à esquerda da reta r .

Na figura abaixo, podemos ver que a reta de equação $y = 3x - 2$ separa os pontos de C e Q . Por outro lado, a reta de equação $y = -x + 4$ não separa os pontos de C e Q , pois o par ordenado $(1, 5)$ pertence ao conjunto C e está à direita dessa reta.



- a) A reta de equação $y = 2x + 1$ separa os pontos dos conjuntos C e Q ? Justifique sua resposta.

RASCUNHO

- b) Para quais valores de $a \in \mathbb{R}$ a reta de equação $y = ax - 3$ separa os pontos dos conjuntos C e Q ?

RASCUNHO

06 - Leonardo fez uma pesquisa sobre o preço da jarra de suco de laranja em algumas lanchonetes da região e obteve os seguintes valores:

Lanchonete	A	B	C	D	E	F	G	H
Preço	R\$ 10,75	R\$ 6,00	R\$ 9,50	R\$ 11,00	R\$ 5,25	R\$ 7,00	R\$ 10,50	R\$ 8,00

a) Calcule a média e a mediana dos preços apresentados na tabela.

RASCUNHO

b) Leonardo decidiu acrescentar duas lanchonetes em sua pesquisa. Ao considerar todos os 10 estabelecimentos, a média de preços passou a ser de R\$ 8,45. Sabendo que essas duas novas lanchonetes cobram o mesmo preço pela jarra de suco, calcule esse valor.

RASCUNHO

07 - Faça o que se pede.

a) Seja $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$. Sabendo que $\text{sen } \alpha = 0,6$, calcule $\cos \alpha$ e o determinante da matriz $A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

RASCUNHO

~~~~~

b) Encontre todos os valores de  $\theta \in \mathbb{R}$  para os quais a matriz  $B = \begin{pmatrix} \cos \theta & \text{sen } \theta & 0 \\ 1 & \cos \theta & \text{sen } \theta \\ 1 & \sqrt{2} & 1 \end{pmatrix}$  tem determinante  $\det(B) = 1$ .

RASCUNHO

~~~~~