



OLIMPÍADA PARANAENSE  
DE MATEMÁTICA

**OPRM 2024**  
**Nível 2 (8º e 9º anos)**  
**Primeira Fase**  
**14 ou 15 de junho**  
**Duração: 2 horas e 30 minutos**

**Nome:** \_\_\_\_\_

**Escola:** \_\_\_\_\_

**Fiscal:** \_\_\_\_\_

---

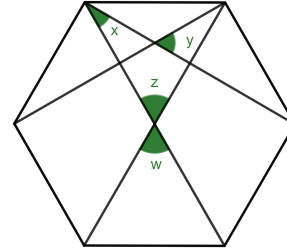
### INSTRUÇÕES

- Escreva o seu nome, o nome da sua escola e o nome do **FISCAL** (pessoa que está aplicando a prova) nos campos acima.
- Esta prova contém 8 páginas (incluindo esta página de capa) e 20 problemas. Verifique se existe alguma página ou algum problema faltando e, em caso afirmativo, peça ao **FISCAL** para trocar sua prova.
- Esta prova é individual e sem consulta a qualquer material.
- O uso de aparelhos eletrônicos, como celular, tablet, notebook e calculadora, não são permitidos no decorrer da prova.
- A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
- Você pode fazer seus cálculos e anotações ao longo deste caderno de questões. Além disso, há uma página de rascunho no verso da prova.
- As respostas finais devem ser marcadas **com cuidado** na Folha de Respostas.
- Só serão consideradas as respostas assinaladas na Folha de Respostas. O que você escrever neste caderno de questões ou em folhas de rascunho não será considerado para fins de avaliação.
- Ao finalizar a prova, entregue ao **FISCAL** a Folha de Respostas, o caderno de questões e as folhas de rascunho que você eventualmente tenha usado.

**BOA PROVA!**

1. Dado um hexágono regular, determine o valor de  $x + y + z + w$ .

- (A)  $60^\circ$ .
- (B)  $120^\circ$ .
- (C)  $150^\circ$ .
- (D)  $180^\circ$ .
- (E) ►  $210^\circ$ .



2. Quantos números primos distintos cuja soma dos algarismos é maior ou igual a 5 compõem a fatoração do número  $2024^2$ ?

- (A) ► 1.
- (B) 2.
- (C) 3.
- (D) 4.
- (E) 5.

3. Em um estojo, há três canetas rosas, duas canetas pretas, quatro canetas vermelhas e seis canetas azuis. Qual será o número mínimo de canetas que devem ser retiradas do estojo, sem ver a cor, para ter certeza de haver retirado pelo menos quatro canetas azuis?

- (A) 7 canetas.
- (B) 9 canetas.
- (C) 10 canetas.
- (D) ► ► 13 canetas.
- (E) 15 canetas.

4. Sabendo que  $x^3 - y^3 = 9$  e  $x - y = 1$ , quanto vale  $xy$ ?

- (A)  $\frac{5}{2}$ .
- (B)  $\frac{9}{3}$ .
- (C) ►  $\frac{8}{3}$ .
- (D)  $\frac{7}{2}$ .
- (E)  $\frac{4}{3}$ .

5. Determine o menor número inteiro positivo que, quando dividido por 5 e 7, deixa resto  $n$  e  $n - 1$ , respectivamente, em que  $n$  é um número natural.

- (A) 11.
- (B) 13.
- (C) 19.
- (D) ► 21.**
- (E) 23.

6. Em uma cidade, cinco amigos (Ana, Bruno, Clara, Diego e Estela) estão participando de uma aventura de exploração em uma área com formato de losango, em que cada vértice representa um ponto cardeal (norte, sul, leste e oeste).

Eles estão posicionados em diferentes vértices do losango e temos as seguintes informações:

- Clara não está no sul;
- Estela não está no vértice adjacente ao vértice de Bruno;
- Diego não está no vértice adjacente ao vértice de Clara;
- Bruno não está no vértice norte, nem no vértice oeste;
- o vértice de Diego é adjacente ao vértice de Ana e Estela;
- o vértice de Clara é adjacente ao vértice de Bruno;
- Ana não está no mesmo vértice de Bruno;
- Estela não está no vértice norte.

Com base nisso, quais amigos estão no vértice oeste?

- (A) ► Ana e Estela.**
- (B) Bruno e Diego.
- (C) Clara e Bruno.
- (D) Diego e Estela.
- (E) Estela e Clara.

7. Rosângela é conhecida por sua habilidade em fazer bonecos de amigurumi. Ela comprou um rolo de linha com 30 metros de comprimento para criar seus bonecos. Depois de usar 45% da linha para fazer bonecos, ela decidiu fazer uma série especial de bonecos maiores, que consomem o dobro de linha mais um metro em comparação aos bonecos de tamanho regular. Se ela já fez 10 bonecos de tamanho regular, quantos bonecos maiores ela poderá fazer com o restante da linha?

- (A) ► 4 bonecos.**
- (B) 5 bonecos.
- (C) 6 bonecos.
- (D) 7 bonecos.
- (E) 8 bonecos.



8. João começou a tomar um remédio em uma quarta-feira. A caixa contém 65 comprimidos e ele deve tomar um a cada três dias. Sendo assim, em qual dia da semana João tomará o último comprimido?

- (A) Segunda-feira.
- (B) Terça-feira.
- (C) Quarta-feira.
- (D) Sexta-feira.
- (E) ► Sábado.

9. Determine o valor da expressão  $E = \frac{(2028 - 4)^3 - 1}{1 + 2024^2 + 2025^2}$ .

- (A) 1010,5.
- (B) 1011.
- (C) ► 1011,5.
- (D) 1012.
- (E) 1012,5.

10. A prova da professora Arlete consiste em 20 questões, mas somente 18 serão avaliadas. Se um aluno puder escolher qualquer conjunto de 18 questões dentre as 20 disponíveis, quantas maneiras distintas ele pode fazer essa seleção?

- (A) ► 190.
- (B) 210.
- (C) 230.
- (D) 250.
- (E) 270.

11. Quantas soluções inteiras não negativas possui a equação  $a + b + c + d = 7$ ?

- (A) 35.
- (B) 56.
- (C) 70.
- (D) 84.
- (E) ► 120.

12. Qual a solução inteira da equação  $\sqrt{5x + \sqrt{30x + 9}} - \sqrt{5x - \sqrt{30x + 9}} = \sqrt{\frac{x + 1}{2}}$ ?

- (A) 1.
- (B) 3.
- (C) 7.
- (D) ► 11.
- (E) 13.

13. Seja  $f$  um número inteiro positivo. Determine  $f$  de modo que

$$\frac{1}{f^3} + \frac{2}{f^3} + \frac{3}{f^3} + \cdots + \frac{f^3 - 3}{f^3} + \frac{f^3 - 2}{f^3} + \frac{f^3 - 1}{f^3} = 107,5.$$

- (A) 4.
- (B) ► 6.
- (C) 8.
- (D) 10.
- (E) 12.

14. Um campo de futebol em forma de um retângulo tem um perímetro de 340 metros. A largura do campo é 60 metros a menos que o comprimento. Determine a área desse campo de futebol.

- (A) 5.950 m<sup>2</sup>.
- (B) 6.200 m<sup>2</sup>.
- (C) ► 6.325 m<sup>2</sup>.
- (D) 6.450 m<sup>2</sup>.
- (E) 6.575 m<sup>2</sup>.

15. Considere as seguintes afirmações:

- se Iujo mora no Paraná, então Jorge mora no Rio de Janeiro;
- se Sonia mora em São Paulo, então Jorge não mora no Rio de Janeiro;
- se Iujo não mora no Paraná, então Sonia não mora em São Paulo;
- Iujo mora no Paraná ou Sonia mora em São Paulo.

Qual das seguintes alternativas é verdadeira?

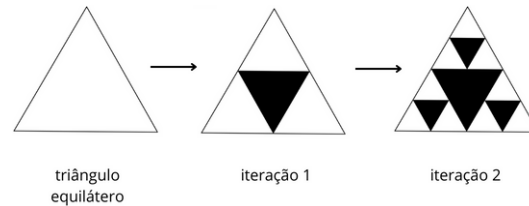
- (A) Iujo mora no Paraná, Sonia mora em São Paulo e Jorge mora no Rio de Janeiro.
- (B) Iujo não mora no Paraná, Sonia mora em São Paulo e Jorge mora no Rio de Janeiro.
- (C) ► Iujo mora no Paraná, Sonia não mora em São Paulo e Jorge mora no Rio de Janeiro.
- (D) Iujo mora no Paraná, Sonia mora em São Paulo e Jorge não mora no Rio de Janeiro.
- (E) Iujo não mora no Paraná, Sonia não mora em São Paulo e Jorge mora no Rio de Janeiro.

16. Determine o valor da expressão abaixo:

$$\frac{1 \times 2^2 + 2^2 \times 1 + 1 \times 4^2 + 4^2 \times 2 + 2 \times 6^2 + 6^2 \times 3 + 3 \times 8^2 + 8^2 \times 5 + 5 \times 10^2 + 10^2 \times 8}{2^2 \times (1^2 \times 2 + 2^2 \times 3 + 3^2 \times 5 + 4^2 \times 8 + 5^2 \times 13)}.$$

- (A) ► 1.
- (B) 2.
- (C) 3.
- (D) 4.
- (E) 5.

17. O *Triângulo de Sierpinski* é gerado a partir de um triângulo equilátero. Em cada etapa da construção, conectamos os pontos médios de cada lado do triângulo inicial de modo que outros quatro triângulos equiláteros são formados e removemos o triângulo central. Esse processo é repetido iterativamente, criando uma estrutura fractal caracterizada por sua autossimilaridade.



Observe que a iteração 1 é composta por 4 triângulos e a iteração 2 é composta por 13 triângulos. Sendo assim, qual é a quantidade total de triângulos equiláteros que compõem a figura na quinta iteração?

- (A) 81.  
(B) 243.  
(C) 324.  
(D) ► 364.  
(E) 396.
18. Sendi estava ajudando sua amiga a preparar uma festa de aniversário e ficou responsável por cuidar das lembrancinhas. Para isso, ela comprou  $T$  balas para dividir entre 45 convidados. No entanto, Sendi se confundiu e dividiu a quantidade total de balas somente entre 15 pessoas, distribuindo 32 balas a mais para cada uma dessas pessoas. Sendo assim, determine a soma dos algarismos do número  $T$ .
- (A) 2.  
(B) 5.  
(C) 7.  
(D) ► 9.  
(E) 11.
19. Considere  $a$ ,  $b$  e  $c$  inteiros que representam os algarismos de um número não nulo nas bases 2 e 3. Este número é expresso como  $\underline{a} \underline{a - c} \underline{b} \underline{c}$  na base 2 e como  $\underline{a} \underline{a + b + c} \underline{b}$  na base 3. Determine esse número na base decimal.
- (A) 10.  
(B) 11.  
(C) ► 12.  
(D) 13.  
(E) 14.

20. Sejam  $a$  e  $b$  números inteiros positivos distintos. Se  $\text{mdc}(a, b) = d$  e  $\text{mdc}(a + d, b + d) = d + 10$ , qual dos seguintes valores não pode ser o valor de  $d$ ?

- (A) 1.
- (B) 2.
- (C) 5.
- (D) 10.
- (E) ► 15.

**RASCUNHO**