



OLIMPÍADA PARANAENSE
DE MATEMÁTICA

OPRM 2024
Nível 1 (6º e 7º ano)
Primeira Fase
14 ou 15 de junho
Duração: 2 horas e 30 minutos

Nome: _____

Escola: _____

Fiscal: _____

INSTRUÇÕES

- Escreva o seu nome, o nome da sua escola e o nome do **FISCAL** (pessoa que está aplicando a prova) nos campos acima.
- Esta prova contém 8 páginas (incluindo esta página de capa) e 20 problemas. Verifique se existe alguma página ou algum problema faltando e, em caso afirmativo, peça ao **FISCAL** para trocar sua prova.
- Esta prova é individual e sem consulta a qualquer material.
- O uso de aparelhos eletrônicos, como celular, tablet, notebook e calculadora, não são permitidos no decorrer da prova.
- A duração da prova é de 2 horas e 30 minutos.
- Você pode fazer seus cálculos e anotações ao longo deste caderno de questões. Além disso, há uma página de rascunho no verso da prova.
- As respostas finais devem ser marcadas **com cuidado** na Folha de Respostas.
- Só serão consideradas as respostas assinaladas na Folha de Respostas. O que você escrever neste caderno de questões ou em folhas de rascunho não será considerado para fins de avaliação.
- Ao finalizar a prova, entregue ao **FISCAL** a Folha de Respostas, o caderno de questões e as folhas de rascunho que você eventualmente tenha usado.

BOA PROVA!

1. O sistema ternário utiliza apenas os algarismos 0, 1 e 2 para representar qualquer número natural. Para converter um número ternário para a base decimal, basta efetuar o produto de cada um de seus algarismos, da direita para a esquerda, por 3 elevado à posição do algarismo, começando por 0. Assim, o número 1021 em ternário, por exemplo, representa 34 na base decimal, já que:

$$34 = 1 \times 3^3 + 0 \times 3^2 + 2 \times 3^1 + 1 \times 3^0$$

Sabendo disso, o número 120122 em ternário representa qual número na base decimal?

- (A) 140.
(B) 338.
(C) ► 422.
(D) 1.006.
(E) 1.148.

Observação: no enunciado usamos a potenciação, que é uma maneira simplificada de escrever a multiplicação de um número por ele mesmo. Por exemplo, ao invés de escrever $3 \times 3 \times 3 \times 3$ (a multiplicação do 3 por ele mesmo quatro vezes), podemos escrever simplesmente 3^4 . Outro exemplo: $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

2. Se um cubo é pintado completamente de vermelho e então cortado em cubos menores, quantos cubos menores terão exatamente três faces vermelhas?

- (A) ► 8. (B) 10. (C) 12. (D) 16. (E) 24.

3. A Vovó Lica fez uma torta de banana e a dividiu em 32 fatias. Seus três netinhos, Joaquim, Ana e Thiago, foram os primeiros a comer o doce, da seguinte maneira:

- Joaquim comeu um quarto da torta;
- Ana comeu 4 fatias a mais que Joaquim;
- Thiago comeu um terço da quantidade de fatias comidas por Ana.

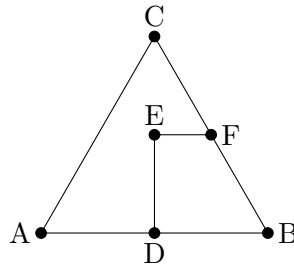
Sabendo disso, quantas fatias sobraram da torta após os três netinhos da Vovó Lica terem comido o doce?

- (A) 4 fatias. (C) 12 fatias. (E) 20 fatias.
(B) ► 8 fatias. (D) 16 fatias.

4. Uma banheira enche em 8 minutos e esvazia em 12 minutos. Se tentarmos encher a banheira com a tampa do ralo aberta, em quantos minutos a banheira estará cheia?

- (A) 4 minutos.
(B) 10 minutos.
(C) 20 minutos.
(D) ► 24 minutos.
(E) 36 minutos.

5. O triângulo equilátero ABC abaixo tem área igual a 8 cm^2 , e os pontos D , E , e F são pontos médios de \overline{AB} , \overline{CD} e \overline{BC} , respectivamente. Determine a área do trapézio $BDEF$.



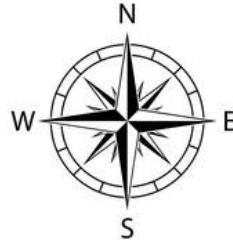
- (A) $1,5 \text{ cm}^2$.
(B) $1,68 \text{ cm}^2$.
(C) $1,75 \text{ cm}^2$.
(D) 2 cm^2 .
(E) ► 3 cm^2 .
6. Cinco amigos, Arnaldo, Bráulio, Carlos, Daniel e Emanuel, decidiram comprar um refrigerante no valor de R\$ 11,76 e dividir o custo. Daniel, sendo um bom amigo, resolveu pagar uma parcela maior do que a dos demais. Sabendo que Arnaldo, Bráulio, Carlos e Emanuel pagaram cada um R\$ 1,96, qual fração representa a parte paga por Daniel em relação ao valor total do refrigerante?

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) ► $\frac{1}{3}$. (C) $\frac{2}{5}$. (D) $\frac{2}{7}$. (E) $\frac{3}{8}$.

7. Dizemos que um número é *delepa* se ele é um múltiplo de 7 e a soma de seus algarismos também é igual a um múltiplo de 7. Desse modo, qual dos seguintes números é *delepa*?
- (A) 182.
(B) 428.
(C) 546.
(D) ► 644.
(E) 795.

8. Carlinhos e Cleide têm terrenos vizinhos. O terreno de Carlinhos é cercado por 19 km de cerca, enquanto o terreno de Cleide é cercado por uma cerca que mede 21 km. Excluindo a parte da cerca em comum, os dois terrenos juntos são cercados por 32 km de cerca. Determine o comprimento da cerca comum aos dois terrenos.
- (A) ► 4 km.
(B) 5 km.
(C) 7 km.
(D) 8 km.
(E) 10 km.

9. O pirata Zulmiro decidiu esconder toda a sua fortuna em uma ilha no meio do oceano. Porém, após algum tempo, ele havia esquecido a localização de seu tesouro, e não sabia como encontrá-lo. Felizmente, seu fiel marinheiro Erasto, sabendo das dificuldades de memória de seu capitão, anotou uma série de instruções de como chegar na ilha onde estava guardado o tesouro, observando a rosa dos ventos abaixo:



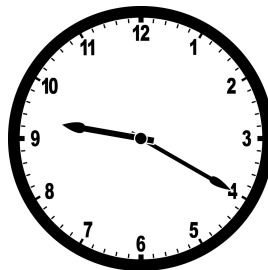
na qual N indica o Norte, E indica o Leste, S indica o Sul e W indica o Oeste. As instruções escritas por Erasto eram as seguintes:

- saia da estalagem Sereia e siga 3 km para o Norte;
- em seguida, percorra 7 km para o Leste;
- vá mais 5 km para o Sul;
- por fim, percorra 4 km para o Oeste.

Zulmiro, sendo um marinheiro experiente, logo percebeu que um caminho mais curto para chegar à ilha do tesouro, partindo da estalagem Sereia, seria:

- (A) percorrer 4 km para o Leste e em seguida 3 km para o Oeste.
(B) percorrer 6 km para o Sul e em seguida 3 km para o Norte.
(C) percorrer 2 km para o Oeste e em seguida 5 km para o Sul.
(D) percorrer 4 km para o Norte e em seguida 1 km para o Oeste.
(E) ► percorrer 3 km para o Leste e em seguida 2 km para o Sul.
10. Nas terras longínquas de Gajópolis, os habitantes utilizavam sua própria moeda, o lepa, para fazer compras. Certo dia, uma nova lei foi instaurada dizendo que, ao efetuar pagamentos, deveriam-se utilizar apenas notas de 2 e 3 lepas. Sabendo disso, de quantas maneiras é possível pagar uma compra no valor de 50 lepas, sem receber troco?
- (A) 5. (B) 7. (C) 8. (D) ► 9. (E) 10.
11. Em uma escola com 400 alunos, 60% são meninos. Se 25% dos meninos e 10% das meninas participam das olimpíadas de matemática, quantos alunos participam das olimpíadas de matemática?
- (A) 50. (B) 67. (C) ► 76. (D) 96. (E) 120.

12. Raul adorava comprar pirulitos na banca de Dona Nastácia. Certa manhã, ela propôs o seguinte acordo: Raul pagaria à dona Nastácia 5 reais por dia, todos os dias, por um período de 20 dias. Em troca, ele começaria pegando 1 pirulito no primeiro dia, 3 pirulitos no segundo dia, 5 pirulitos no terceiro dia, e assim por diante, pegando sempre dois pirulitos a mais do que no dia anterior. Sabendo que cada pirulito custa 40 centavos, ao final do período de 20 dias, quanto Raul economizou com esse acordo?
- (A) R\$ 20,00.
(B) R\$ 40,00.
(C) ► R\$ 60,00.
(D) R\$ 80,00.
(E) R\$ 100,00.
13. Giulio tem 7 balas a mais que Max, Breno tem 2 balas a menos que Giulio. Eles colocam todas as balas em uma caixa e tentam distribuir as balas em quantidades iguais para cada um. O que podemos afirmar sobre a distribuição das balas na caixa?
- (A) ► É possível distribuir as balas em quantidades iguais para os três.
(B) Ao tentar distribuir as balas em quantidades iguais, sobra uma bala.
(C) Ao tentar distribuir as balas em quantidades iguais, sobram duas balas.
(D) É possível distribuir as balas em duas quantidades iguais, independentemente da quantidade de balas que Max tem.
(E) É possível distribuir as balas em cinco quantidades iguais, independentemente da quantidade de balas que Max tem.
14. Roberto saiu de casa ao meio-dia e, quando voltou, na noite do mesmo dia, o seu relógio indicava o seguinte horário:



Sabendo disso, quantos graus o ponteiro dos minutos girou no período em que Roberto estava fora?

- (A) 1.540° . (B) 2.720° . (C) 3.240° . (D) ► 3.360° . (E) 4.180° .
15. Um grupo de cientistas está planejando suas viagens de pesquisa, em que cada um deles viajará para apenas uma localidade. Ficou decidido o seguinte:
- se Paulo ou Quésia viajarem para São Paulo, então Rodrigo viajará para o Rio de Janeiro;
 - se Rodrigo viajar para o Rio de Janeiro, então Silvia viajará para o Amazonas;

- se Silvia viajar para o Amazonas, então Thiago viajará para o Pará.

Sabendo que todos estavam em condições de viajar e Silvia não viajou para o Amazonas, o que podemos afirmar sobre os demais cientistas?

- (A) Thiago não viajou para o Pará.
- (B) Rodrigo viajou para o Rio de Janeiro.
- (C) ► **Nem Paulo nem Quésia viajaram para São Paulo.**
- (D) Thiago viajou para o Pará.
- (E) Não há como saber.

16. Dentre os múltiplos de 7 entre 0 e 1000, quantos possuem a soma das casas das unidades e dezenas igual a 9?

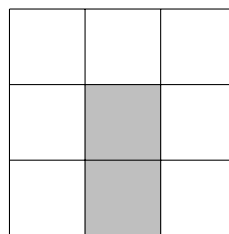
- (A) 9.
- (B) 10.
- (C) 11.
- (D) 12.
- (E) ► **13.**

17. A professora Tânia possui, ao todo, 810 alunos, nas várias escolas que trabalha. Certa manhã, ela decidiu que iria distribuir todos eles em grupos iguais, para organizar uma grande gincana. Entretanto, para a atividade, ela precisaria que a quantidade de grupos fosse par. Desse modo, de quantas maneiras a professora Tânia poderá dividir seus alunos?

- (A) 8 maneiras.
- (B) ► **10 maneiras.**
- (C) 12 maneiras.
- (D) 16 maneiras.
- (E) 20 maneiras.

18. Na malha quadriculada abaixo, deve-se escrever os algarismos de 1 a 9, um em cada quadrado menor, de acordo com as seguintes regras:

- a soma dos algarismos da primeira coluna é igual a 15;
- os algarismos da primeira linha são números primos;
- a soma dos algarismos da terceira coluna é igual a 24;
- os múltiplos de 3 estão na segunda linha.



Assinale a alternativa com o valor da soma dos algarismos no quadrados sombreados.

- (A) ► **4.**
- (B) 8.
- (C) 9.
- (D) 10.
- (E) 15.

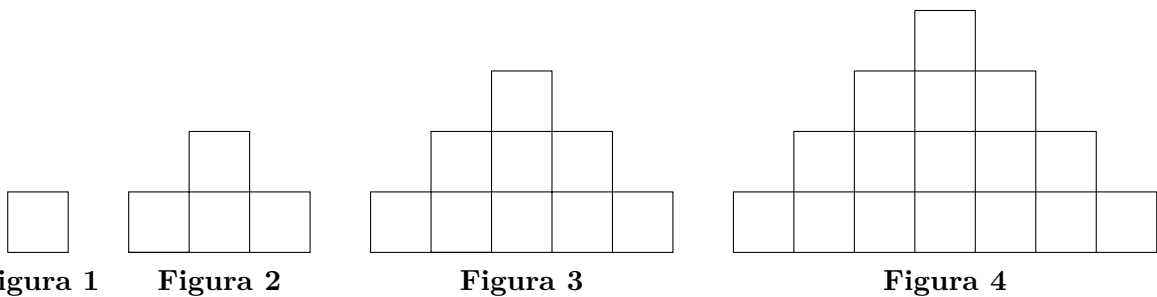
19. Na Terra da Matemática Rebelde, os habitantes inventaram duas novas operações: o \heartsuit e o \diamondsuit . A operação \heartsuit soma os quadrados dos números que está operando, enquanto a operação \diamondsuit subtrai os cubos números que está operando e, em seguida, soma 4. Assim, temos que, por exemplo,

$$3\heartsuit 2 = 3^2 + 2^2 = 13$$

$$3\diamondsuit 2 = (3^3 - 2^3) + 4 = 23$$

Sabendo disso, qual o valor numérico de $(4\heartsuit 2)\diamondsuit 5$?

- (A) 7.867.
 (B) 7.871.
 (C) 7.875.
 (D) ► 7.879.
 (E) 7.885.
20. Joãozinho ganhou de Natal alguns blocos de construção de madeira. Utilizando seu brinquedo, ele montou as seguintes figuras:



Considerando que Joãozinho repetiu esse processo de construção mais algumas vezes, pode-se afirmar que a figura 2024 terá:

- (A) $2024^2 + 1$ blocos.
 (B) 2024^3 blocos.
 (C) ► 2024^2 blocos.
 (D) $2023^2 - 1$ blocos.
 (E) $2024^3 - 2023^2$ blocos.

RASCUNHO